

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, Clasa a X-a

10.1. Fie numerele reale pozitive a , b și c , care verifică următoarele relații $a^c = 625$, $b^c = 2025$, $b^a = 135\sqrt{5}$. Determinați a^a .

10.2. Să se determine toate polinoamele $P(X) \in \mathbf{R}[X]$, care satisfac relația

$$3(P(x) + 3x - 3) = 2x(P(2x) - 8x^2 + 5x), \text{ pentru orice } x \in \mathbf{R}.$$

10.3. Determinați numerele reale nenule a și b , astfel încât ecuația $x^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$ să aibă toate soluțiile numere întregi.

10.4. În trapezul isoscel $ABCD$, baza mică BC este egală cu latura laterală, iar punctele M și N sunt mijloacele bazelor BC și AD respectiv. Diagonala AC intersectează segmentul MN în punctul T , astfel încât $TM = 1 \text{ cm}$ și $TN = 2 \text{ cm}$. Determinați aria trapezului $ABCD$.

10.5. Să se determine toate valorile parametrului real m , astfel încât are loc inegalitatea

$$mx^2 + y^2 - 2mx - 2y + 8x - 2m + 9 \geq 0, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbf{R}.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, Clasa a X-a

10.1. Fie numerele reale pozitive a , b și c , care verifică următoarele relații $a^c = 625$, $b^c = 2025$, $b^a = 135\sqrt{5}$. Determinați a^a .

10.2. Să se determine toate polinoamele $P(X) \in \mathbf{R}[X]$, care satisfac relația

$$3(P(x) + 3x - 3) = 2x(P(2x) - 8x^2 + 5x), \text{ pentru orice } x \in \mathbf{R}.$$

10.3. Determinați numerele reale nenule a și b , astfel încât ecuația $x^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$ să aibă toate soluțiile numere întregi.

10.4. În trapezul isoscel $ABCD$, baza mică BC este egală cu latura laterală, iar punctele M și N sunt mijloacele bazelor BC și AD respectiv. Diagonala AC intersectează segmentul MN în punctul T , astfel încât $TM = 1 \text{ cm}$ și $TN = 2 \text{ cm}$. Determinați aria trapezului $ABCD$.

10.5. Să se determine toate valorile parametrului real m , astfel încât are loc inegalitatea

$$mx^2 + y^2 - 2mx - 2y + 8x - 2m + 9 \geq 0, \text{ pentru orice } x, y \in \mathbf{R}.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !