

**OLIMPIADA LA MATEMATICĂ**  
**etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, clasa a XI-a**

**11.1.** Fie dreptunghiul  $ABCD$  și punctele  $M \in (AB)$ ,  $N \in (BC)$  astfel încât ariile triunghiurilor  $DAM$ ,  $MBN$ ,  $NCD$  sunt egale cu 5, 3, 4, respectiv. Determinați toate valorile posibile ale ariei dreptunghiului  $ABCD$ .

**11.2.** Demonstrați că mulțimile soluțiilor reale ale inecuațiilor

$$2^x + 3^x - 11x \leq 2 \quad \text{și} \quad (x^3 - 27) \cdot \log_{0.5}(x + 1) \geq 0$$

coincid.

**11.3.** Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $x_0 = 1$  și

$$x_{n+1} = \ln(1 + x_n), \quad \forall n \geq 0.$$

Să se arate că  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ .

**11.4.** (a) Arătați că există un șir divergent de numerele reale  $(a_n)_{n \geq 1}$  astfel încât șirul  $(a_n \cdot \{\sqrt{n}\})_{n \geq 1}$  este convergent.

(b) Arătați că dacă  $(a_n)_{n \geq 1}$  este un șir monoton de numere reale iar șirul  $(a_n \cdot \{\sqrt{n}\})_{n \geq 1}$  este convergent, atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

$\{x\}$  denotă partea fracționară a numărului real  $x$ .

**11.5.** Fie triunghiul  $ABC$ , cu  $\angle(A) = 90^\circ$ ,  $AB = 3$  și  $AC = 4$ . Să se determine lungimea minimă posibilă a laturii unui triunghi echilateral  $XYZ$  astfel încât  $X \in (AB)$ ,  $Y \in (BC)$ ,  $Z \in (CA)$ .

**Timp de lucru: 240 minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.    MULT SUCCES !**

**OLIMPIADA LA MATEMATICĂ**  
**etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, clasa a XI-a**

**11.1.** Fie dreptunghiul  $ABCD$  și punctele  $M \in (AB)$ ,  $N \in (BC)$  astfel încât ariile triunghiurilor  $DAM$ ,  $MBN$ ,  $NCD$  sunt egale cu 5, 3, 4, respectiv. Determinați toate valorile posibile ale ariei dreptunghiului  $ABCD$ .

**11.2.** Demonstrați că mulțimile soluțiilor reale ale inecuațiilor

$$2^x + 3^x - 11x \leq 2 \quad \text{și} \quad (x^3 - 27) \cdot \log_{0.5}(x + 1) \geq 0$$

coincid.

**11.3.** Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $x_0 = 1$  și

$$x_{n+1} = \ln(1 + x_n), \quad \forall n \geq 0.$$

Să se arate că  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ .

**11.4.** (a) Arătați că există un șir divergent de numerele reale  $(a_n)_{n \geq 1}$  astfel încât șirul  $(a_n \cdot \{\sqrt{n}\})_{n \geq 1}$  este convergent.

(b) Arătați că dacă  $(a_n)_{n \geq 1}$  este un șir monoton de numere reale iar șirul  $(a_n \cdot \{\sqrt{n}\})_{n \geq 1}$  este convergent, atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

$\{x\}$  denotă partea fracționară a numărului real  $x$ .

**11.5.** Fie triunghiul  $ABC$ , cu  $\angle(A) = 90^\circ$ ,  $AB = 3$  și  $AC = 4$ . Să se determine lungimea minimă posibilă a laturii unui triunghi echilateral  $XYZ$  astfel încât  $X \in (AB)$ ,  $Y \in (BC)$ ,  $Z \in (CA)$ .

**Timp de lucru: 240 minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.    MULT SUCCES !**