

Olimpiada la matematică

etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, Clasa a VII-a

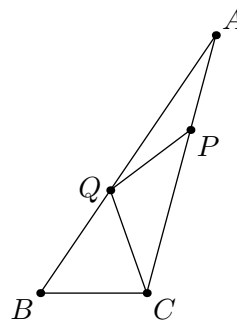
7.1. În călătoria sa de la București la Chișinău, Radu a luat cu el o anumită sumă de lei românești. În oraș el a schimbat întreaga sumă, primind câte 19 lei moldovenești pentru fiecare 5 lei românești. După ce a cheltuit 504 lei moldovenești, a rămas cu aceeași sumă ca la începutul călătoriei, dar acum în lei moldovenești.

Câți lei moldovenești i-au rămas lui Radu?

7.2. În triunghiul ABC , punctele P și Q se află pe laturile AC și AB , respectiv, astfel încât $AP = PQ = QC = BC$.

(a) Dacă se știe că $m(\angle BAC) = 25^\circ$, găsiți $m(\angle ACB)$.

(b) Dacă se știe că $m(\angle ACB) = 98^\circ$, găsiți $m(\angle BAC)$.



7.3. Toate numerele, începând cu al doilea, din șirul $\frac{11}{13}, \frac{13}{16}, \frac{15}{19}, \frac{17}{22}, \dots$, se formează după una și aceeași legătură aritmetică.

(a) Determinați al 2025-lea număr din șir.

(b) Stabiliți dacă numărul egal cu $\frac{2025}{3037}$ aparține acestui șir.

(c) Demonstrați că fiecare număr următor din șir este mai mic decât precedentul.

7.4. Un număr natural se consideră *special* dacă produsul cifrelor sale este egal cu 2025.

(a) Dați un exemplu de număr special.

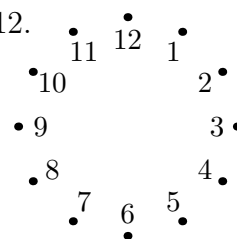
(b) Demonstrați că nu există un număr special, care este divizibil cu 6.

(c) Determinați cel mai mic număr special, divizibil cu 9.

7.5. Pe cadranul unui ceas sunt scrise douăsprezece numere: 1, 2, ..., 12.

(a) Dacă selectăm aleatoriu trei numere diferite de pe cadran, câte triplete diferite de numere putem selecta?

De exemplu: tripletele (1, 2, 12) și (12, 1, 2) se consideră același triplet, iar tripletele (1, 2, 3) și (12, 1, 2) se consideră diferite.



(b) Punctele cadranelui, corespunzătoare numerelor, sunt vârfurile unui poligon regulat cu 12 laturi (dodecagon). Alegând trei puncte, putem construi un triunghi cu vârfurile în punctele date. Câte triunghiuri necongruente putem construi în acest fel? De exemplu, triunghiurile corespunzătoare tripletelor (1, 2, 4) și (1, 2, 11) sunt congruente.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. Mult succes!