

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, Clasa a VIII-a

8.1. Calculați valoarea numerică a produsului

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2025^2}\right).$$

8.2. Găsiți toate numerele întregi n , care satisfac relația

$$\sqrt{2n - 86} = 1 + \sqrt{n - 44}.$$

8.3. Fie triunghiul ABC și P un punct strict în interiorul său. Considerăm punctele D și E pe latura $[BC]$, astfel încât $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$ și $[PD] \equiv [BD]$. Demonstrați că, dacă perimetrul triunghiului PDE este egal cu lungimea laturii $[BC]$, atunci P este punctul de intersecție a bisectoarelor triunghiului ABC .

8.4. Arătați că, dacă numerele reale x și y satisfac relația $0 < y < x < 1$, atunci

$$\frac{x}{y} < \frac{x + 1 - \sqrt{1 - x^2}}{y + 1 - \sqrt{1 - y^2}}.$$

8.5. Demonstrați că, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$, numărul

$$\frac{2^{4n+2} + 1}{5}$$

este un număr natural compus.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

OLIMPIADA LA MATEMATICĂ
etapa raională/municipală, 1 februarie 2025, Clasa a VIII-a

8.1. Calculați valoarea numerică a produsului

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2025^2}\right).$$

8.2. Găsiți toate numerele întregi n , care satisfac relația

$$\sqrt{2n - 86} = 1 + \sqrt{n - 44}.$$

8.3. Fie triunghiul ABC și P un punct strict în interiorul său. Considerăm punctele D și E pe latura $[BC]$, astfel încât $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$ și $[PD] \equiv [BD]$. Demonstrați că, dacă perimetrul triunghiului PDE este egal cu lungimea laturii $[BC]$, atunci P este punctul de intersecție a bisectoarelor triunghiului ABC .

8.4. Arătați că, dacă numerele reale x și y satisfac relația $0 < y < x < 1$, atunci

$$\frac{x}{y} < \frac{x + 1 - \sqrt{1 - x^2}}{y + 1 - \sqrt{1 - y^2}}.$$

8.5. Demonstrați că, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$, numărul

$$\frac{2^{4n+2} + 1}{5}$$

este un număr natural compus.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!