ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 1 февраля 2025 г., VIII класс

8.1. Вычислите числовое значение произведения
$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2025^2}\right).$$

8.2. Найдите все целые числа n, которые удовлетворяют сотношению
$$\sqrt{2n-86}=1+\sqrt{n-44}.$$

8.3. Даны треугольник ABC и точка P строго внутри него. Точки D и E на стороне $[BC]$ такие, что $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$ и $[PD] \equiv [BD]$. Докажите что, если периметр треугольника PDE равен длине стороны $[BC]$, тогда P являетя точкой пересечения биссектрис треугольника ABC.

8.4. Докажите, что если действительные числа x и y такие, что $0<y<x<1$, тогда
$$\frac{x}{y}<\frac{x+1-\sqrt{1-x^2}}{y+1-\sqrt{1-y^2}}.$$

8.5. Докажите, что для любого натурального числа n, $n \geq 2$, число
$$\frac{2^{4n+2}+1}{5}$$
является натуральным составным числом.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
районный/муниципальный тур, 1 февраля 2025 г., VIII класс

8.1. Вычислите числовое значение произведения
$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2025^2}\right).$$

8.2. Найдите все целые числа n, которые удовлетворяют сотношению
$$\sqrt{2n-86}=1+\sqrt{n-44}.$$

8.3. Даны треугольник ABC и точка P строго внутри него. Точки D и E на стороне $[BC]$ такие, что $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$ и $[PD] \equiv [BD]$. Докажите что, если периметр треугольника PDE равен длине стороны $[BC]$, тогда P являетя точкой пересечения биссектрис треугольника ABC.

8.4. Докажите, что если действительные числа x и y такие, что $0<y<x<1$, тогда
$$\frac{x}{y}<\frac{x+1-\sqrt{1-x^2}}{y+1-\sqrt{1-y^2}}.$$

8.5. Докажите, что для любого натурального числа n, $n \geq 2$, число
$$\frac{2^{4n+2}+1}{5}$$
является натуральным составным числом.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**